සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

ආනන්ද විද්‍යාලය, කොළඹ 10. Ananda College, Colombo 10.

10	S	I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2025 සැප්තැම්බර්

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2025

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Maths I

13 ශ්‍රේණිය

පැය තුනයි
Three Hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි.
Additional Reading Time - 10 minutes

නම : ....

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

උපදෙස් :

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B** කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

AL API (PAPERS GROUP)

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ : 1	
2	
අධීක්ෂණය	

CS CamScanner

AL API (PAPERS GROUP)

A - කොටස

01) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු $n\in\mathbb{Z}^+$ හා $n \geq 2$ සඳහා

$n! + (n-1)! + (n-2)! = n^2 (n-2)!$ බව සාධනය කරන්න.

02) එකම රූප සටහනක $y = |x^2 - 8x + 12|$ හා $y = |2x - 5| - 2$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න. එනයින්, $|2x - 5| - 2 > |x^2 - 8x + 12|$ යන අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

CamScanner

03) $Arg\,(z-3i) \leq \frac{-\pi}{3}$ හා $Arg\,(z+2+2i) \geq \frac{\pi}{4}$ හා $\mathrm{Im}\ z \leq 3$ වන පරිදි අසමානතා සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය වලින් සමන්විත S පෙදෙස ආගන්ඩ් සටහනක අඳුරු කරන්න. තවද, S හි වර්ගඵලය සොයන්න.

04) $\left(2+\frac{3}{x}\right)^7 (1+x^2)^2$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x^{-5} සංගුණකය $(34)3^6$ බව පෙන්වන්න.

05) $$\lim_{x \to 0} \frac{(8 + \cos x)(1 - \cos 2x)}{x \tan 3x} = 6$$ බව පෙන්වන්න.

06) $y = x^{\frac{1}{2}} \sqrt{\ln (x^2 + 2)}$, $x = 0, x = \sqrt{2}$ හා $y = 0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස x අක්ෂය වටා රේඩියන් 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\ln\left(\frac{4}{e}\right) + \frac{\sqrt{2}\,\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

CamScanner

07) $a > 0$ යැයි ද c යනු θ පරාමිතියක් සඳහා $x = ae^{\theta}\sin\theta$ හා $y = ae^{\theta}\cos\theta$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන වක්‍රයක් වේ. $\frac{dy}{dx} = \frac{(-\sin\theta + \cos\theta)}{(\cos\theta + \sin\theta)}$ බව පෙන්වන්න.

$\theta = \frac{\pi}{3}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේ දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

08) $A \equiv (8, 1)$ හා $B \equiv (-1, 4)$ ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාව $\frac{AP}{BP} = \frac{1}{2}$ අනුපාතයට AB මත වූ P ලක්ෂ්‍යයේ දී AB රේඛාවට ලම්බක වූ රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. තවද එම සරල රේඛා දෙකෙන් හා y අක්ෂයෙන් වටවූ වර්ගඵලය සොයන්න.

CamScanner

09) $S_1 \equiv x^2 + y^2 + 2x - 10y + 10 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ වෘත්ත දෙකෙහි පොදු ජ්‍යායේ සමීකරණය සොයන්න. $S_2 = 0$ වෘත්තයට $(2\ ,\ 0)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකය ඉහත පොදු ජ්‍යාය හමුවන ලක්ෂ්‍යය Q නම් Q කේන්ද්‍රය වූ $S_3 = 0$ වෘත්තයක් $S_1 = 0$ හි කේන්ද්‍රය හරහා වේ. $S_3 = 0$ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

10) $\cos^8\theta + \sin^8\theta = \cos^2 2\theta + \sin^4 2\theta$ බව පෙන්වන්න. එනයින්,

$\cos^8\frac{\pi}{8} + \sin^8\frac{\pi}{8} = \frac{17}{32}$ බව අපෝහනය කරන්න.

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10	S	I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2025 සැප්තැම්බර්

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2025

සංයුක්ත ගණිතය I

Combined Maths I

13 ශ්‍රේණිය

❖ B - කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B - කොටස

(11) a) $f(x) = x^2 + ax - b$ හා $g(x) = 3x^2 + cx + b$ යැයි ගනිමු.

මෙහි $a, c \in \mathbb{R}$ හා $b > 0$ වේ. $f(x) = 0$ හා $g(x) = 0$ සඳහා α පොදු මූලයක් ඇති බව දී ඇත.

$\alpha = -\frac{(a+c)}{4}$ හා $b = -\frac{(a+c)(c-3a)}{16}$ බව පෙන්වන්න.

එවිට $g(x) = 0$ හි මූල තාත්වික බව පෙන්වන්න.

තවද $f(x) = 0$ හා $g(x) = 0$ සමීකරණවල අනෙක් මූලය පිළිවෙළින් β හා γ නම් $\beta + 3\gamma = 0$ බව පෙන්වා β හා γ මූල වන සමීකරණය

$$48x^2 + 8(3a - c) - (3a - c)^2 = 0$$ බව පෙන්වන්න.

b) $a \in \mathbb{R}$ සඳහා $h(x) = x^4 - x^3 - 6x^2 + 4x + a$ වේ. $(x+2)$ යන්න $h(x)$ හි සාධකයක් නම් a හි අගය සොයන්න.

$(x-2)^2$ යන්න $h(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වා $h(x)$ හි සියලු ම සාධක සොයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

CamScanner

(12) a) පාසලක විද්‍යා දිනයට සමගාමීව පවත්වන තරගාවලිය නියෝජනය සඳහා විද්‍යා අංශයෙන් පිරිමි සිසුන් තුන් දෙනෙක් හා ගැහැණු සිසුන් දෙදෙනෙක් ද , ගණිත අංශයෙන් පිරිමි සිසුන් හතර දෙනෙක් හා ගැහැණු සිසුන් තුන් දෙනෙක් ඉදිරිපත් වී ඇත. මේ අතරින් සාමාජිකයන් හය දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් තෝරාගැනීමට අවශ්‍යව ඇත.

i) කිසිදු විශේෂත්වයක් නොමැතිව

ii) වැඩිතම ලෙස ගැහැණු සිසුන් දෙදෙනෙකු වන පරිදි

iii) ගැහැණු හා පිරිමි සිසුන් ගණන සමාන වන පරිදි හා එක් එක් අංශයෙන් සමාන සිසුන් ගණනක් වන පරිදි

කණ්ඩායම තෝරාගත යුතු ආකාර ගණන සොයන්න.

iv) තෝරා ගන්නා ලද කණ්ඩායමක ඡායාරූපයක් ගත යුතු වේ. නායකයා හා උප නායකයා මැදට වන පරිදි ඡායාරූප ගත හැකි ආකාර ගණන කීය ද?

b) $r \in Z^+$ සඳහා $f(r) = \frac{1}{r(r+1)}$ සහ $U_r = \frac{2r+3}{2(r+1)(r+2)(r+3)}$ යයි ගනිමු.

$2U_r = f(r) - f(r+2)$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $n \in Z^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{3} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)} - \frac{1}{2(n+2)(n+3)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරි බව අපෝහනය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

එනයින්, $\sum (U_r + KU_{r+1} + K^2U_{r+2}) = \frac{-1}{6}$ වන K හි අගයන් සොයන්න.

(13) a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \\ a & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & b \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ හා $C = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ ලෙස ගනිමු.

මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$A^TB = C$ නම් $a = 2$ හා $b = 2$ බව පෙන්වන්න. $\lambda \in \mathbb{R}$ සඳහා $P = A^T B + \lambda D$ වන පරිදි P න්‍යාසය අර්ථ දක්වා ඇත.

මෙහි $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ වේ. λ හි ඕනෑම අගයක් සඳහා P^{-1} පවතින බව පෙන්වන්න.

$\lambda = 1$ විටදී P^{-1} ලියා දක්වා එනයින් $EP = A^TB + 2D$ වන පරිදි E නම් 2 x 2 න්‍යාසය අපෝහනය කරන්න.

CamScanner

b) $z = \cos\theta + i\sin\theta$ යැයි ගනිමු.

මෙහි $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ.

$z + z^2 = 2\cos\frac{\theta}{2}\left[\cos\frac{3\theta}{2} + i\sin\frac{3\theta}{2}\right]$ බව පෙන්වන්න.

$\theta = \frac{\pi}{6}$ විට, $\text{Arg}\ (z + z^2)$ හා $|z + z^2|$ ලියා දක්වන්න.

දැන්, ආගන්ඩ් සටහනක z, z^2 හා $(z + z^2)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් A , B හා C වේ.

ආගන්ඩ් සටහනක එම ලක්ෂ්‍ය සලකුණු කර OACB රොම්බසයක් බව පෙන්වන්න.

$z + z^2 = \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)(1 + i)$ වන බව පෙන්වා එනයින්,

$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න.

c) $z = \cot\theta\,(\cot\theta + 2i)$ ලෙස ගනිමු. මෙහි $n \in Z^+$, $\theta \neq K\pi$ හා $K \in \mathbb{R}$ වේ. ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් $(z-1)^n = cosec^{\,2n}\theta\,(cosec\ 2n\theta + i\sin 2n\theta)$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $(\bar{z} - 1)^n$ සඳහා එවැනිම ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

$(z-1)^n + (\bar{z}-1)^n = 2\,cosec^{\,2n}\theta\,.\cos 2n\theta$ බව අපෝහනය කරන්න.

තවද $(z-1)^{2025} + (\bar{z}-1)^{2025} = 0$ විසඳන්න.

(14) a) $x \neq -1$ සඳහා $f(x) = \frac{ax\,(x+b)}{(x+1)^2}$ යැයි ගනිමු. $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$\left(3, \frac{9}{8}\right)$ යනු $y = f(x)$ වක්‍රයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයක් නම් a හා b සොයන්න.

$f^1(x) = \frac{-(x-3)}{(x+1)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. එනයින්, $f(x)$ හි වැඩි වන හා අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

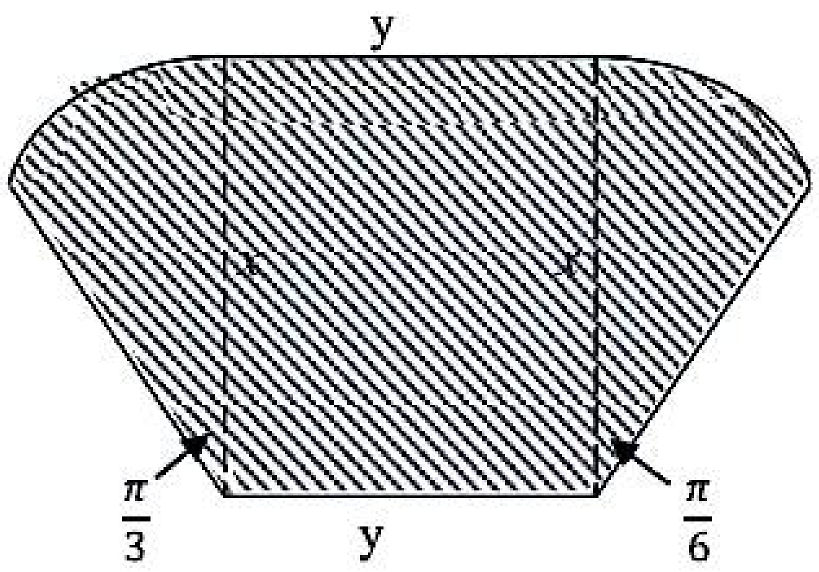
$f''(x) = \frac{2(x-5)}{(x+1)^4}$ බව දී ඇත.

$y = f(x)$ වක්‍රයට නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය ඇත්නම් ඒවා සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය, නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

එනයින් $y = |f(x)|$ ප්‍රස්තාරය සැලකීමෙන් $|x(x+3)|e^x - (x+1)^2 = 0$ සමීකරණයට අඩුම වශයෙන් තාත්වික මූල තුනක්වත් ඇති බව පෙන්වන්න.

CamScanner

b) පහත දැක්වෙන රූපයේ අඳුරු කළ S පෙදෙසින් සෘජුකෝණාස්‍රයකින් හා කේන්ද්‍රයෙහි පිළිවෙලින් $\frac{\pi}{6}$ හා $\frac{\pi}{3}$ කෝණ ආපාතනය කරන වෘත්තයක කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකකින් සමන්විත ගෙවත්තක් දැක්වේ. S හි වර්ගඵලය $400\ m^2$ වේ. S හි පරිමිතිය $P = 2x + \frac{800}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. P, මීටර වලින් මැන ඇත. P
අවම වන x හි අගය සොයන්න.



15) a) $x \neq 0$ සඳහා

$\frac{1}{x^2\,(x^2+2x+5)}$ පරිමේය ශ්‍රිතය භින්න භාග වලට වෙන්කර දක්වන්න.

එනයින්,

$\int \frac{1}{x^2\,(x^2+2x+5)}\,dx$ සොයන්න.

b) සුදුසු ආදේශකයක් භාවිතයෙන්,

$\int_4^9 \frac{\sqrt{x}+1}{x\,(\sqrt{x}-1)}\,dx$ අගයන්න.

c) $f(x) = \cos x + \sqrt{3}\sin x\ ;\ x \in (0, \pi)$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න $f(x) = a\cos(x - \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $a \in \mathbb{R}^+$ හා $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

එනයින් $|f(x)|$ යන්න අර්ථ දක්වන්න.

$\int_0^{\pi} |f(x)|\,dx = 4$ වන බව පෙන්වන්න.

CamScanner

d) $h(x) = \dfrac{\sec x \tan x}{(2x-\pi)(1+sec^2 x)}$; $x \in (0, \pi)$ යැයි ගනිමු.

$$I = \int_0^{\pi} x^2\ h(x)\, dx = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} h(x)\ dx$$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $I = \dfrac{\pi^2}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න.

16) (α , β) ලක්ෂ්‍යයේ සිට $lx + my + n = 0$ සරල රේඛාවට ඇඳි ලම්බක රේඛාව මත ඇති ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(\alpha + lt , \beta + mt)$ ලෙස ලිවිය හැක බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

$P \equiv (1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $2x - y + 4 = 0$ රේඛාවට අඳි ලම්බක රේඛාව y අක්ෂය Q හි දීත්, $P \equiv (1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $3x - 6y - 2 = 0$ රේඛාවට ඇඳි ලම්බක රේඛාව x අක්ෂය R හි දීත් කපයි. Q හා R හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න. PQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න. $O \equiv (0, 0)$ ලක්ෂ්‍යය වේ නම් OP අරය ලෙස වූ වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 = 5$ බව පෙන්වන්න.

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය $x^2 + y^2 = 5$ වෘත්තය ස්පර්ශ කරයි නම් $100(g^2 + f^2) = (25 + c)^2$ බව පෙන්වන්න.

S නම් විචල්‍ය වෘත්තයක් $x^2 + y^2 = 5$ වෘත්තය බාහිරව ස්පර්ශ කරයි. තව ද S වෘත්තය මගින් $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේද කරයි. S හි කේන්ද්‍රය $36x^2 + 84y^2 + 64xy - 24y + 48x - 9 = 0$ මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

17) a) sin A , cos A , sin B හා cos B ඇසුරින් cos (A + B) ලියා දක්වා $\cos 2A = 2\cos^2 A - 1$ හා $\cos 2A = 1 - 2\sin^2 A$ බව අපෝහනය කරන්න.

$f(x) = \sin^2 x + \cos^4 x$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ යන්න $a + b\cos kx$ ආකාරයට දක්වන්න. මෙහි a , b , k නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

$g(x) = 8f(x)$ ලෙස ගෙන $\dfrac{-\pi}{2} \leq x \leq \dfrac{\pi}{2}$ ප්‍රාන්තරය තුළ $y = g(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b) i) ත්‍රිකෝණයක සම්මත අංකනය දක්වමින් cos සූත්‍රය ප්‍රකාශ කරන්න.

ii) ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා

$a^2 = (b+c)^2 - 4bc\cos^2 A/2 = (b-c)^2 + 4bc\sin^2 A/2$ බව පෙන්වා

$tan^2\ A/2 = \frac{(a+b-c)(a+c-b)}{(a+b+c)(b+c-a)}$ බව අපෝහනය කරන්න.

c) $\tan^{-1}(x+a) - \tan^{-1}(x+b) = \frac{\pi}{4}$ යන සමීකරණයට තාත්වික විසඳුම් ඇත්නම් $(a-b+2)^2 \geq 8$ බව සාධනය කරන්න.

AL API

PAPERS GROUP

CamScanner